Reiknireglur í Algebru
Lausnir

Kristbjörg Anna Þórarinsdóttir

8. ágúst 2015

Dæmapása 1

Dæmi. $8ab^2 - 4a + 6b^2 - 2ab^2 + 9a$

Lausn. Byrjum á því að taka saman eins liði

$$8ab^2 - 2ab^2 + 6b^2 - 4a + 9a$$

$$6b^2 + 6ab^2 + 5a$$

nú sjáum við að $6b^2$ er sameiginlegur þáttur, tökum hann út fyrir sviga

$$6b^2(1 + a) + 5a$$

Dæmi. $5x^2 + 4y + 3xy - 11y + 2xy - 3x^2$

Lausn. Tökum saman eins liði

$$5x^2 - 3x^2 + 4y - 11y + 3xy + 2xy$$

$$2x^2 - 7y + 5xy$$

$$2x^2 - y\,(7 + 5x)$$

Dæmi. $\dfrac{8a^3(ab^4 + b^4 - 2b^4)(a^2 - 1)^2}{(2ab(a - 1))^3(a + 1)}$

Lausn. Byrjum á því að skoða liðina

$$\frac{8a^3(ab^4 + b^4 - 2b^4)(a^2 - 1)^2}{(2ab(a - 1))^3(a + 1)}$$

Samkvæmt samokareglunni er

$$(x^2 - b^2) = (x + b)(x - b)$$

þar sem b er einhver tala

þá fáum við

$$\frac{8a^3(ab^4+b^4-2b^4)(a+1)(a-1)}{(2ab(a-1))^3(a+1)}$$

Þá getum við stytt út liðinn í nefnara og teljara og fáum

$$\frac{8a^3(ab^4+b^4-2b^4)(a-1)}{(2ab(a-1))^3}$$

Næst tökum við þriðjaveldið í nefnara inn í svigan og fáum

$$\frac{8a^3(ab^4+b^4-2b^4)(a-1)}{2^3\cdot a^3\cdot b^3\cdot(a-1)^3}$$

Þá getum við stytt út $(a-1)$ liðina sem eru í teljara og nefnara

$$\frac{8a^3(ab^4+b^4-2b^4)(a-1)}{2^3\cdot a^3\cdot b^3\cdot(a-1)^3}$$

Verður svo

$$\frac{8a^3(ab^4+b^4-2b^4)}{2^3\cdot a^3\cdot b^3\cdot(a-1)^2}$$

Því næst getum við sytt út a^3 í nefnara og teljara

$$\frac{8a^3(ab^4+b^4-2b^4)}{2^3\cdot a^3\cdot b^3\cdot(a-1)^2}$$

Þá fæst

$$\frac{8(ab^4+b^4-2b^4)}{2^3\cdot b^3\cdot(a-1)^2}$$

Reiknum $2^3=8$ og styttum út

$$\frac{8(ab^4+b^4-2b^4)}{8\cdot b^3\cdot(a-1)^2}$$

Í teljaranum er b^4 sameiginlegur þáttur í öllum liðum, tökum hann út fyrir sviga

$$\frac{(ab^4+b^4-2b^4)}{b^3\cdot(a-1)^2}$$

Styttum út á móti b^3 í nefnara

$$\frac{b^4(a-2)}{b^3\cdot(a-1)^2}$$

Fáum að lokum

$$\frac{b(a-2)}{(a-1)^2}$$

Einfaldið

Dæmi. Einfaldið $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot a^{1/2}\cdot\sqrt{c}$

Lausn. Höfum reglurnar

$$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$
$$\sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy}$$

umritum dæmið yfir á formið

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{c}$$

setjum allt undir sömu rót

$$\sqrt{a \cdot b \cdot a \cdot c}$$

Margföldum saman a og fáum

$$\sqrt{a^2 \cdot b \cdot c}$$

tökum a út fyrir rótina $\left(\sqrt{a^2} = a\right)$

$$a\sqrt{bc}$$

Dæmi. Einfaldið $x^{-1/3} \cdot x^{4/3}$

Lausn. Höfum reglu

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

Þá getum við ritað dæmið

$$x^{-1/3+4/3}$$

$$x^{3/3} = x$$

Dæmi. Einfaldið $\dfrac{a^{-3} \cdot b^4\sqrt{c}}{a^{-2} \cdot b^{4/2} \cdot c^{-1/2}}$

Lausn. Höfum regluna

$$x^{-1} = \frac{1}{x}$$

Byrjum á því að skoða

$$\frac{a^{-3} \cdot b^4\sqrt{c}}{a^{-2} \cdot b^{4/2} \cdot c^{-1/2}}$$

$b^{4/2} = b^2$ getum þá stytt út b í nefnara og teljara

$$\frac{a^{-3} \cdot b^4\sqrt{c}}{a^{-2} \cdot b^2 \cdot c^{-1/2}}$$

fáum þá

$$\frac{a^{-3} \cdot b^2\sqrt{c}}{a^{-2} \cdot c^{-1/2}}$$

ef við höfum

$$\frac{1}{x^{-1}} = x$$

svo

$$a^{-3} \cdot b^2\sqrt{c} \cdot a^2 \cdot c^{1/2}$$

tökum saman

$$a^{-3+2} \cdot b^2 \cdot c^{1/2+1/2} = a^{-1} \cdot b^2 \cdot c = \frac{b^2 \cdot c}{a}$$

Dæmi. Einfaldið $\left(\frac{\sqrt{x^2 \cdot y^3} \cdot x^{-2}}{x \cdot y^{3/2}}\right)^3$

Lausn. Tökum x^{-2} og setjum í nefnara $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$

$$\left(\frac{\sqrt{x^2 \cdot y^3}}{x \cdot y^{3/2} \cdot x^2}\right)^3$$

$$\left(\frac{\sqrt{x^2 \cdot y^3}}{y^{3/2} \cdot x^3}\right)^3$$

margföldum þriðja veldið inn í svigan

$$\frac{\sqrt{x^2 \cdot y^3}^3}{y^{3 \cdot 3/2} \cdot x^{3 \cdot 3}}$$

Þá notum við að $\sqrt{x}^3 = x\sqrt{x}$

$$\frac{x^2 \cdot y^3\sqrt{x^2 \cdot y^3}}{y^{9/2} \cdot x^9}$$

Styttum út í nefnara og teljara og fáum

$$\frac{\sqrt{x^2 \cdot y^3}y^3}{y^{9/2}x^7}$$

Tökum nú $\sqrt{x^2y^3} = x \cdot y\sqrt{y}$ og fáum

$$\frac{y^3x \cdot y\sqrt{y}}{y^{9/2}x^7} = \frac{y^4\sqrt{y}}{x^6y^{9/2}} = \frac{1}{x^6}$$

Dæmapása 2

Finnið lengdir eftirfarandi vigra, leggið þá saman og finnið innfeldi þeirra. Eru vigrarnir hornréttir?

Dæmi. $\mathbf{a} = (1,2)$ og $\mathbf{b} = (2,-1)$

Lausn. Lengd vigranna

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$
$$|\mathbf{b}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$$

Samlagning vigranna

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = (1 + 2, 2 - 1) = (3, 1)$$

Innfeldi vigranna

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = (2 - 2 = 0$$

Ef innfeldi vigra er núll, þá er annað hvort annar eða báðir vigrarnir núll vigur eða þeir eru hornréttir. Já, vigrarnir **a** og **b** eru hornréttir.

Dæmi. $\mathbf{a} = (-5, 3)$ og $\mathbf{b} = (0, -6)$

Lausn. Lengd vigranna

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{(-5)^2 + 3^2} = \sqrt{36} = 6$$
$$|\mathbf{b}| = \sqrt{0^2 + (-6)^2} = \sqrt{36} = 6$$

Samlagning vigranna

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = (-5 + 0, 3 - 6) = (-5, -3)$$

Innfeldi vigranna

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -5 \cdot 0 + 3 \cdot (-6) = 0 - 18 = -18$$

Innfeldi þeirra er ekki núll, svo vigrarnir eru ekki hornréttir.

Dæmi. $\mathbf{a} = (8, 2)$ og $\mathbf{b} = (7, 3)$

Lausn. Svar:

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{68}$$

$$|\mathbf{b}| = \sqrt{58}$$

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = (15, 5)$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 62$$

Dæmi. $\mathbf{a} = (2, 0, -1)$ og $\mathbf{b} = (8, -1, 3)$

Lausn. Lengd vigranna

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$$
$$|\mathbf{b}| = \sqrt{8^2 + (-1)^2 + 3^3} = \sqrt{64 + 1 + 9} = \sqrt{74}$$

Samlagning vigranna

$$\mathbf{a}+\mathbf{b} = (-2+8, 0-1, -1+3) = (6, -1, 2)$$

Innfeldi vigranna

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = -2\cdot 8 + 0\cdot(-1) + (-1)\cdot 3 = -19$$

Innfeldi þeirra er ekki núll, svo vigrarnir eru ekki hornréttir.

Finnið hornið milli eftirfarandi vigra:

Dæmi. $\mathbf{a} = (0, 3)$ og $\mathbf{b} = (0, -2)$

Lausn. Notum formúluna

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \cos(\theta)|\mathbf{a}||\mathbf{b}|$$

Eingangrum θ

$$\cos^{-}1\left(\frac{\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|}\right) = \theta$$

Reiknum fyrst

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = 0\cdot 0 + 3\cdot(-2) = -6$$
$$|\mathbf{a}| = \sqrt{0^2+3^2} = 3$$
$$|\mathbf{b}| = \sqrt{0^2+(-2)^2} = 2$$

Stingum inn í jöfnuna og fáum

$$\cos^{-}1\left(\frac{-6}{3\cdot 2}\right) = \theta$$

Dæmi. $\mathbf{a} = (1, 1)$ og $\mathbf{b} = (0, -1)$

Lausn.

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = 1\cdot 0 + 1\cdot(-1) = -1$$
$$|\mathbf{a}| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$
$$|\mathbf{b}| = \sqrt{0^2+(-1)^2} = 1$$

Stingum inn í jöfnuna og fáum

$$\cos^{-}1\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = \theta$$

Dæmi. $\mathbf{a} = (1, 2, 1)$ og $\mathbf{b} = (2, 3, 1)$

Lausn.

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = 1\cdot 2 + 2\cdot 3 + 1\cdot 1 = 9$$
$$|\mathbf{a}| = \sqrt{1^2+2^2+1^2} = 6$$
$$|\mathbf{b}| = \sqrt{2^2+3^2+1^2} = 11$$

Stingum inn í jöfnuna og fáum

$$\cos^{-}1\left(\frac{9}{6\cdot 11}\right) = \theta$$

Dæmapása 3

Finnið krossfeldi eftirfarandi vigra:

Dæmi. $\mathbf{a} = (5, 3)$ og $\mathbf{b} = (0, -1)$

Lausn. Setjum upp töfluna

$\hat{\mathbf{i}}$	$\hat{\mathbf{j}}$	$\hat{\mathbf{k}}$
$\mathbf{a_x}$	$\mathbf{a_y}$	$\mathbf{a_z}$
$\mathbf{b_x}$	$\mathbf{b_y}$	$\mathbf{b_z}$

Í okkar tilviki eru z-hnitin núll. Þá verður taflan

$\hat{\mathbf{i}}$	$\hat{\mathbf{j}}$	$\hat{\mathbf{k}}$
5	3	0
0	-1	0

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \hat{\mathbf{i}}\left(a_y b_z - a_z b_y\right) - \hat{\mathbf{j}}\left(a_x b_z - a_z b_x\right) + \hat{\mathbf{k}}\left(a_x b_y - a_y b_x\right)$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \hat{\mathbf{i}}\left(3 \cdot 0 - 0 \cdot (-1)\right) - \hat{\mathbf{j}}\left(5 \cdot 0 - 0 \cdot 0\right) + \hat{\mathbf{k}}\left(5 \cdot (-1) - 3 \cdot 0\right)$$

Þá fáum við

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -5\hat{\mathbf{k}}$$

Dæmi. $\mathbf{a} = (15, -2)$ og $\mathbf{b} = (4, 8)$

Lausn. Setjum inn í töfluna

$\hat{\mathbf{i}}$	$\hat{\mathbf{j}}$	$\hat{\mathbf{k}}$
15	-2	0
4	8	0

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \hat{\mathbf{i}}\left(a_y b_z - a_z b_y\right) - \hat{\mathbf{j}}\left(a_x b_z - a_z b_x\right) + \hat{\mathbf{k}}\left(a_x b_y - a_y b_x\right)$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \hat{\mathbf{i}}\left(-2 \cdot 0 - 0 \cdot 8\right) - \hat{\mathbf{j}}\left(15 \cdot 0 - 0 \cdot 4\right) + \hat{\mathbf{k}}\left(15 \cdot 8 - (-2) \cdot 4\right)$$

Þá fáum við

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \hat{\mathbf{k}}\left(120 + 8\right) = 128\hat{\mathbf{k}}$$

Dæmi. $\mathbf{a} = (-1, 2, 0)$ og $\mathbf{b} = (2, 0, 0)$

Lausn. Setjum inn í töfluna

$\hat{\mathbf{i}}$	$\hat{\mathbf{j}}$	$\hat{\mathbf{k}}$
-1	2	0
2	0	0

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \hat{\mathbf{i}}\,(2 \cdot 0 - 0 \cdot 0) - \hat{\mathbf{j}}\,(-1 \cdot 0 - 0 \cdot 2) + \hat{\mathbf{k}}\,(-1 \cdot 0 - 2 \cdot 2)$$

Þá fáum við

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -4\hat{\mathbf{k}}$$

Dæmi. $\mathbf{a} = (5, 2, 1)$ og $\mathbf{b} = (-4, -3, -7)$

Lausn. Setjum inn í töfluna

$\hat{\mathbf{i}}$	$\hat{\mathbf{j}}$	$\hat{\mathbf{k}}$
5	2	1
-4	-3	-7

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \hat{\mathbf{i}}\big(2 \cdot (-7) - 1 \cdot (-3)\big) - \hat{\mathbf{j}}\big(5 \cdot (-7) - 1 \cdot (-4)\big) + \hat{\mathbf{k}}\big(5 \cdot (-3) - 2 \cdot (-4)\big)$$

Þá fáum við

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -11\hat{\mathbf{i}} + 31\hat{\mathbf{j}} - 7\hat{\mathbf{k}}$$

Finnið ofanvörp eftirfarandi vigra á x-ás og y-ás:

Dæmi. $\mathbf{v} = (1, 5)$

Lausn. Ofanvart vigursins á x-ás er gildi vigursins í x-stefnu. Sama gildir um ofanvart á y ás.
Ofanvarp á x-ás : 1
Ofanvarp á x-ás : 5

Dæmi. $\mathbf{v} = (-2, 1)$

Lausn. Ofanvarp á x-ás : -2
Ofanvarp á y-ás : 1

Dæmi. vigur $\mathbf{v}$ þ.a. $|\mathbf{v}| = 9$ og $\mathbf{v}$ myndi $30°$ horn við x-ásinn.

Lausn. Ofanvarp á x-ás:

$$\cos(30°) \cdot 9$$

Ofanvarp á y-ás:

$$\sin(30°) \cdot 9$$

Dæmi. vigur $\mathbf{v}$ af lengd 36 sem myndar $15°$ horn við y-ásinn.

Lausn. Ofanvarp á x-ás:

$$\cos(15°) \cdot 36$$

Ofanvarp á y-ás:

$$\sin(15°) \cdot 36$$

Dæmapása 4

Finnið hallatölur eftirfarandi lína og skurðpunkta þeirra við x-ás og y-ás:

Dæmi. $2y + 3x = 1$

Lausn.

$$2y + 3x = 1$$

viljum eingangra y Jafna línu er $y - y_0 = h(x - x_0)$

$$2y = 1 - 3x$$

$$y = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}x$$

Hallatalan er stuðullinn við x. Skurðpunktur við y-ás finnst þegar sett er $x = 0$, þe. q.

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

Dæmi. línan sem fer í gegnum punktana $(2, 3)$ og $(-1, 2)$

Lausn. Jafna línu er

$$y - y_0 = h(x - x_0)$$

Stingum inn í þessar formúlu, veljum annað hvort $(x, y) = (2, 3)$ eða $(x, y) = (-1, 2)$

$$y - 3 = h(x - 2)$$

Þurfum að reikna hallatölu hennar

$$h = \frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{3 - 2}{-1 - 2} = -\frac{1}{3}$$

Þá verður jafna línunnar

$$y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 2)$$

Einangrum y

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} + 3$$
$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$$

Dæmi. $ay + bx = c$

Lausn. Einangrum y

$$y = -\frac{b}{a}x + \frac{c}{a}$$

Hallatalan er stuðullinn við x

Halltalan er $h = \frac{b}{a}$ og skurðpunktur við y - ás er $y = \frac{c}{a}$

Leysið eftirfarandi annars stigs jöfnur:

Dæmi. $x^2 - 1 = 0$

Lausn. Munum eftir jöfnunni

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A}$$

Þar sem

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

Stingum inn í jöfnuna Í þessu dæmi er $A = 1$, $B = 0$ og $C = -1$. Þá fáum við

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \pm 1$$

Þá ritum við

$$(x - 2)(x + 2)$$

Dæmi. $10x^2 + 3x - 18 = 0$

Lausn. Hér er $A = 10$, $B = 3$ og $C = -18$. Stingum inní jöfnuna

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-18)}}{2 \cdot 10}$$

$$x = \frac{-3 \pm 21}{20}$$

Ritum þá

$$\left(x + \frac{18}{20}\right)\left(x - \frac{-24}{20}\right)$$

Dæmi. $2x^2 - 4x + 7 = 5x - 3$

Lausn. Viljum hafa 0 hægra megin í jöfnunni

$$2x^2 - 9x + 10 = 0$$

Hér er $A = 2$, $B = -9$ og $C = 10$. Stingum inní jöfnuna

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 10}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{9 \pm 1}{4}$$

Ritum þá

$$(x - 2)\left(x - 10/4\right)$$

Finnið lengdir eftirfarandi tvinntalna, samokatölur þeirra og reiknið $z \cdot w$ og z/w.

Dæmi. $z = 2 + 3i$ og $w = 1 - i$

Lausn. Lengd tvinntalna er er fundin eins og lengd vigra.

$$|\mathbf{z}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

$$|\mathbf{w}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

Samokatalan var táknuð með yfirstriki

$$\overline{\mathbf{z}} = 2 - 3i$$

$$\overline{\mathbf{w}} = 1 + i$$

Margföldum saman **z** og **w**. Athugið að þetta er **ekki** innfeldi.

$$\mathbf{z} \cdot \mathbf{w}$$

$$(2 + 3i)(1 - i)$$

$$2 \cdot 1 - 2 \cdot i + 3i \cdot 1 - 3i \cdot i$$

munum að $i^2 = -1$

$$2 - 2i + 3i + 3$$

þá fáum við að

$$5 + i$$

Dæmi. $z = 3i$ og $w = -3 - 5i$

Lausn. Lengd

$$|\mathbf{z}| = \sqrt{0^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

$$|\mathbf{w}| = \sqrt{(-3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{24}$$

Samokatalan var táknuð með yfirstriki

$$\overline{\mathbf{z}} = -3i$$

$$\overline{\mathbf{w}} = -3 + 5i$$

Margföldum saman **z** og **w**. Athugið að þetta er **ekki** innfeldi.

$$\mathbf{z} \cdot \mathbf{w} = 3i(-3 - 5i)$$

$$-9i + 15i^2$$

munum að $i^2 = -1$. Þá fáum við að

$$-15 - 9i$$

Dæmi. $z = -4$ og $w = 13 + 7i$

Lausn. Lengd

$$|\mathbf{z}| = \sqrt{2^2 + 0^2} = 2$$

$$|\mathbf{w}| = \sqrt{13^2 + 7^2} = \sqrt{218}$$

Samokatalan var táknuð með yfirstriki

$$\overline{\mathbf{z}} = -4$$

$$\overline{\mathbf{w}} = 13 + 7i$$

Margföldum saman **z** og **w**. Athugið að þetta er **ekki** innfeldi.

$$\mathbf{z} \cdot \mathbf{w} = -4(13 - 7i)$$

$$-52 + 28i +$$

Dæmi. $z = 2 + ai$ og $w = a - i$, þar sem $a \in \mathbb{R}$

Lausn. Lengd

$$|\mathbf{z}| = \sqrt{2^2 + a^2} = \sqrt{4 + a^2}$$

$$|\mathbf{w}| = \sqrt{a^2 + (-1)^2} = \sqrt{a^2 + 1}$$

Samokatalan var táknuð með yfirstriki

$$\overline{\mathbf{z}} = 2 - ai$$

$$\overline{\mathbf{w}} = a + i$$

Margföldum saman **z** og **w**. Athugið að þetta er **ekki** innfeldi.

$$\mathbf{z} \cdot \mathbf{w} = (2 + ai)(a - i)$$

$$2 \cdot a - 2 \cdot (-i) + ai \cdot a - ai \cdot i$$

munum að $i^2 = -1$

$$2a + 2i + a^2 i + a$$

þá fáum við að

$$2a + (2 + a^2)i$$

Dæmapása 5

Leysið fyrir x:

Dæmi. $\left|8+\frac{2}{x}\right|<15$

Lausn. Byrjum á að fella niður algildið

$$-15<8+\frac{2}{x}<15$$

Drögum 8 frá alstaðar

$$-15-8<8-8+\frac{2}{x}<15-8$$

$$-23<\frac{2}{x}<7$$

Deilum með 2

$$\frac{-23}{2}<\frac{2}{x2}<\frac{7}{2}$$

$$-\frac{23}{2}<\frac{1}{x}<\frac{7}{2}$$

deilum í gengum alla liðina með 1

$$\frac{1}{-\frac{23}{2}}<\frac{1}{\frac{1}{x}}<\frac{1}{\frac{7}{2}}$$

fáum

$$-\frac{2}{23}<x<\frac{2}{7}$$

ATHUGIÐ við snúum **EKKI** ójöfnu merkinu við í þessu dæmi, því hægra megin í jöfnunni er **jákvæð** tala og vinstra megin er **neikvæð**. Ef tölurnar hefðu haft **sama formerki** þá hefðu við þurft að snú ójöfnumrekinu við. Skoða dæmi á fyrirlestrar nótum.

Dæmi. $\left|\frac{x+2}{3}-5\right|<4$

Lausn. Fellum niður ójöfnumerki

$$-4<\frac{x+2}{3}-5<4$$

leggjum 5 við alla liði

$$-4+5<\frac{x+2}{3}-5+5<4+5$$

$$1<\frac{x+2}{3}<9$$

Margföldum með 3

$$1 \cdot 3 < \frac{x+2}{3} \cdot 3 < 9 \cdot 3$$

$$3 < x + 2 < 27$$

Drögum 2 frá öllum liðum

$$3 - 2 < x + 2 - 2 < 27 - 2$$

$$1 < x < 25$$

Dæmi. $\left| \frac{1}{3-x} + \frac{2}{5} \right| < 8$

Lausn. Sleppum þessu dæmi

Stofnbrotsliðið eftirfarandi brot:

Dæmi. $\frac{2}{x(2x+1)}$

Lausn. Setjum dæmið upp

$$\frac{A}{x} + \frac{B}{2x+1} = \frac{2}{x(2x+1)}$$

Margföldum í gegnum jöfnuna með nefnaran hægra megin, þá fæst

$$A(2x+1) + Bx = 2$$

Margföldum upp úr

$$2Ax + Bx + A = 2$$

Berum saman liði og sjáum að það er ekkert x hægra megin í jöfnunni og setjum upp jöfnuhneppi

$$2A + B = 0$$
$$A = 2$$

þá er

$$B = -4$$

og

$$\frac{2}{x} - \frac{4}{2x+1}$$

Dæmi. $\frac{x-1}{x^2(x+1)}$

Lausn. Setjum dæmið upp

$$\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1} = \frac{x-1}{x^2(x+1)}$$

Margföldum með nefnaran hægra megin í jöfnunni í gegnum allt dæmið og fáum

$$Ax(x+1) + B(x+1) + Cx^2 = x - 1$$

Margföldum uppúr og berum saman liði

$$Ax^2 + Ax + Bx + B + Cx^2 = x - 1$$

Setjum upp jöfnuhneppi

$$A + C = 0$$

$$A + B = 1$$

$$B = -1$$

Þá fæst $A = 2$ $B = -1$ og $C = -2$

$$\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x+1}$$